

17. सिद्ध कीजिए कि उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण जिसकी

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{3} \text{ अक्ष है तथा बिन्दु } (0,0,3) \text{ से गुजरता है,}$$

$$10x^2 + 13y^2 + 5z^2 - 6yz + 12zx - 4xy - 36x - 18y + 30z = 135 \text{ है।}$$

Prove that the equation of the right circular cylinder whose axis is

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{3}$$

and passes through point (0, 0, 3) is

$$10x^2 + 13y^2 + 5z^2 - 6yz + 12zx - 4xy - 36x - 18y + 30z = 135$$

B. Sc. (First Year) Examination, 2023

(Major-I)

MATHEMATICS

(Algebra, Vector Analysis and Geometry)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 70

नोट : सभी खण्डों के प्रश्नों को निर्देशानुसार हल कीजिए।

Note : Attempt all the section of questions as per the instruction.

खण्ड-'अ'

Section-'A'

5×1=5

(अतिलघु उत्तरीय प्रश्न)

(Very Short Answer Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों को हल करें। शब्द सीमा 50 है।

Note : Attempt all questions. Word limit is 50 words.

1. आइगेन मान एवं आइगेन सदिश को परिभाषित कीजिए।

Define Eigen value and eigen vector.

2. संगतता एवं असंगतता के लिए प्रतिबंध लिखिए।

Write condition for consistency and inconsistency.

[2]

3. तीन सदिशों के समतलीय होने के प्रतिबंध को समझाइए।
Explain the condition for three vectors to be coplanar.

4. गॉस एवं ग्रीन प्रमेयों के कथन लिखिए।
State Gauss and Green's theorem.

5. लम्बवृत्तीय शंकु एवं लम्बवृत्तीय बेलन को परिभाषित कीजिए।
Define right circular cone and right circular cylinder.

खण्ड-'ब'

Section-'B'

5×5=25

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्नों के अंक समान हैं। शब्द सीमा 200 है।

Note : Attempt all five questions. Each question carries equal marks. Word limit is 200 words.

इकाई-I

Unit-I

6. बराहमिहिर के सूर्य सिद्धान्त पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए।
Write a short note on Varahmihir's Surya Siddhanta.

अथवा

Or

आव्यूह A की जाति ज्ञात कीजिए जहाँ—

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

110163

[3]

Find rank of the matrix A where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

इकाई-II

Unit-II

7. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ का अभिलाक्षणिक समीकरण लिखिए एवं दिखाइये कि A उसको संतुष्ट करता है।

Write characteristics equation of matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ and show that A satisfies.

अथवा

Or

हल कीजिए—

$$x + 2y + 3z = 0$$

$$3x + 4y + 4z = 0$$

$$7x + 10y + 12z = 0$$

Solve :

$$x + 2y + 3z = 0$$

$$3x + 4y + 4z = 0$$

$$7x + 10y + 12z = 0$$

इकाई-III

Unit-III

110163

PTO

[4]

8. सिद्ध कीजिए कि—

$$(a \cdot \nabla) f = a \cdot (\nabla f)$$

Prove that :

$$(a \cdot \nabla) f = a \cdot (\nabla f)$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि—

$$\text{div curl } f = 0$$

Prove that :

$$\text{div curl } f = 0$$

इकाई-IV

Unit-IV

9. यदि $r(t) = 5t^2i + tj - t^3k$

तो सिद्ध कीजिए कि—

$$\int_1^2 \left(r \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) dt = -14i + 75j - 15k$$

If $r(t) = 5t^2i + tj - t^3k$

then prove that

$$\int_1^2 \left(r \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) dt = -14i + 75j - 15k$$

अथवा

Or

$F = 3xyi - 5zj + 10xk$ से दी हुई एक बल फील्ड में एक

110163

[5]

कण को वक्र $x = t^2 + 1, y = 2t^2, z = t^3$ के अनुदिश $t = 1$ से $t = 2$ तक विस्थापित होने में किया गया कुल कार्य ज्ञात कीजिए।

Find the total work done in displacement of a particle from $t = 1$ to $t = 2$ along curve $x = t^2 + 1, y = 2t^2, z = t^3$ in a force field given by

$$F = 3xyi - 5zj + 10xk$$

इकाई-V

Unit-V

10. शांकवों की उत्केन्द्रता, नाभि एवं नियता को परिभाषित कीजिए। Define eccentricity, foci and directrices of conics.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि निर्देशांक अक्षों से होकर जाने वाले वर्ग शंकु का व्यापक समीकरण $hxy + fyz + gzx = 0$ है।

Prove that general equation of quadratic cone passing through the axis is $hxy + fyz + gzx = 0$.

खण्ड-'स'

Section-'C'

4×10=40

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

(Long Answer Type Questions)

नोट : निम्नलिखित में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्नों के अंक समान हैं। शब्द सीमा 500 है।

Note : Answer any four questions. Each question carries

110163

PTO

equal marks. Word limit is 500 words.

11. आव्यूह A को प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कीजिए और आव्यूह A की जाति ज्ञात कीजिए—

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

Convert matrix A into normal form and find the rank of the matrix A .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

12. दर्शाइये कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ कैली-हेमिल्टन

प्रमेय को संतुष्ट करता है एवं A^{-1} ज्ञात कीजिए।

Show that matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

satisfies Cayley-Hamilton theorem and find A^{-1} .

13. सिद्ध कीजिए कि—

$$[lmn][abc] = \begin{vmatrix} la & lb & lc \\ ma & mb & mc \\ na & nb & nc \end{vmatrix}$$

Prove that :

$$[lmn][abc] = \begin{vmatrix} la & lb & lc \\ ma & mb & mc \\ na & nb & nc \end{vmatrix}$$

14. $\int_C \{yzdx + (zx+1)dy + xydz\}$ का मान ज्ञात कीजिए। जहाँ C , $(1,0,0)$ से $(2,1,4)$ तक कोई पथ है।

Evaluate $\int_C \{yzdx + (zx+1)dy + xydz\}$ where C is some path from $(1,0,0)$ to $(2,1,4)$.

15. बिन्दु $(1,1)$ से गमन करने वाले शांकव के $x^2 + 2y^2 = 2$ के संनाभि शांकव का समीकरण ज्ञात कीजिए।
Find the equation of confocal conic where conic $x^2 + 2y^2 = 2$ passing through point $(1,1)$.

16. उन सरल रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जिनमें समतल $2x + y - z = 0$, शंकु $4x^2 - y^2 \times 3z^2 = 0$ को काटता है। इन रेखाओं के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

Find the equations of those straight lines in which the plane $2x + y - z = 0$ intersects the cone $4x^2 - y^2 \times 3z^2 = 0$. Find angle between these lines.